

Test pentru transfer- clasa a X-a

1. Matematică

1 p 1. Demonstrați că, oricare ar fi numărul natural $n \in \mathbb{N}^*$, are loc inegalitatea:

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$$

1 p 2. Să se arate că, dacă numerele a, b, c sunt în progresie geometrică, atunci

$$(a+c)(b+c)(b^2+c^2-bc) = (b^2+c^2)(ab+c^2)$$

1 p 3. Rezolvați în $\mathbb{R}$ inecuația $\left| \frac{x^2 - 5x + 4}{4} \right| \leq 4$

1 p 4. a) Demonstrați identitatea $\frac{2 \sin x - \sin 2x}{2 \sin x + \sin 2x} = \tan^2 \frac{x}{2}$

1 p b) Demonstrați că în orice triunghi ABC are loc egalitatea

$$\frac{a^2 \sin(B-C)}{\sin A} + \frac{b^2 \sin(C-A)}{\sin B} + \frac{c^2 \sin(A-B)}{\sin C} = 0$$

5. Se notează cu O_1 și O_2 mijloacele diagonalelor AC, respectiv BD ale patrulaterului ABCD. Demonstrați că

1 p a) $\overrightarrow{O_1 O_2} = \frac{\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}}{2}$

1 p b) Arătați că, dacă $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 3\overrightarrow{O_1 O_2}$, atunci ABCD este paralelogram.

6. Fie $f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_m(x) = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + 2m-3$, $m \neq 1$

1 p a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $f_m(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

1 p b) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = 1$

Timp de lucru: 90 minute

2. Informatică

Scrieți un program C++ care să rezolve următoarele probleme:

Se citește din fișierul Date.in un număr natural n și apoi cele n numere naturale ale vectorului a . (1 p citire din fișier)

- a) Afișați în ordine inversă elementele vectorului (1p)
- b) Afișați numărul de numere perfecte (un număr este perfect dacă este egal cu suma divizorilor săi mai mici decât el ex $6=1+2+3$) (1,5p)
- c) Rearanjați elementele vectorului astfel încât elementele pare să ajungă înaintea celor impare, cu păstrarea ordinii din șirul initial (1,5p)
- d) Să se insereze între oricare două numere vecine divizorii lor comuni (2p)
- e) Să se ordoneze elementele vectorului crescător după numărul de cifre distincte (2 p)

Timp de lucru: 90 minute